

На правах рукописи

Волков Павел Александрович

**РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ
АЭРОГИДРОДИНАМИКИ ДЛЯ ДВУСВЯЗНЫХ
ОБЛАСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППАРАТА
ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ**

Специальность 01.02.05
Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ – 2005

Работа выполнена в Отделе краевых задач Научно-исследовательского института математики и механики им. Н.Г. Чеботарева Казанского государственного университета им. В.И. Ульянова-Ленина.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор, заслуженный деятель науки
России и Татарстана
Ильинский Николай Борисович

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор, заслуженный деятель науки
Татарстана
Павлов Валентин Гаврилович

доктор физико-математических наук,
ст. научн. сотрудник
Филиппов Сергей Иванович

Ведущая организация: Самарский государственный
аэрокосмический университет
им. академика С.П. Королева , г. Самара.

Защита состоится 24 ноября 2005г. в 14 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д212.081.11 при Казанском государственном университете по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Казанского государственного университета.

Автореферат разослан “___” октября 2005г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физ.-мат. наук, доцент

 А.А. Саченков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Методы обратных краевых задач аэрогидродинамики (ОКЗА) в ряде случаев являются более эффективными при проектировании крыловых профилей летательных аппаратов и судов на подводных крыльях, чем традиционные, которые заключаются в многократном решении прямой задачи и подборе крылового профиля с желаемыми характеристиками. Подходы, основанные на теории ОКЗА, позволяют заранее задавать желаемые аэродинамические характеристики проектируемого профиля. В настоящее время большое количество работ посвящено расширению класса решаемых ОКЗА: проектирование профилей при наличии в потоке особенностей, вблизи твердой или свободной поверхности, многокомпонентных крыловых профилей. Последние представляют особый интерес, так как введение таких устройств как закрылки и предкрылки позволяет увеличить подъемную силу крылового профиля и улучшить другие аэродинамические характеристики.

Целью настоящей диссертации является разработка численно-аналитических методов аэродинамического проектирования двухэлементных крыловых профилей, обтекаемых как идеальной несжимаемой жидкостью, так и дозвуковым потоком вязкого газа; поиск двухэлементных профилей с максимальным аэродинамическим качеством; составление на основе разработанных методов вычислительных алгоритмов и их программная реализация.

Научная новизна. В диссертации разработан метод решения задачи построения двухэлементного крылового профиля с использованием аппарата эллиптических функций по заданным на искомым контурах профиля распределениям скорости как функций дуговой абсциссы этих контуров. Для удовлетворения условий разрешимости задачи в качестве исходных использованы многопараметрические семейства распределений скорости. Описан метод проектирования профиля крыла экраноплана как частного случая вышеупомянутой задачи.

Проведено обобщение метода решения на случай одновременного учета вязкости по модели пограничного слоя и сжимаемости в приближении газа Чаплыгина. Благодаря выбору распределений скорости из класса гидродинамически целесообразных удалось устранить отрыв пограничного слоя на участках торможения потока, что способствовало улучшению аэродинамических характеристик отыскиваемого профиля.

Решена задача оптимизации двухэлементного крылового профиля, обладающего максимальным аэродинамическим качеством при обтекании

дозвуковым потоком вязкого газа. Построена оптимальная форма контура профиля с закрылком.

Разработаны алгоритмы численной реализации решений задач.

Достоверность полученных результатов обеспечена обоснованностью применяемых математических моделей, хорошим совпадением результатов с известными и с результатами, являющимися частными случаями рассматриваемой задачи, а также проверкой вычислительным экспериментом.

Практическая ценность. Разработанные в диссертации методы, алгоритмы и построенные профили могут быть использованы при проектировании крыльев самолетов дозвуковой авиации и крыльев летательных аппаратов, использующих влияние земли (экранопланов). Результаты диссертации могут войти в учебную программу спецкурса для студентов механико-математического факультета Казанского университета.

Апробация работы. Результаты диссертации по мере их получения были доложены на семинарах Отдела краевых задач (руководитель Н.Б. Ильинский); на итоговых научных конференциях Казанского государственного университета (секция аэрогидромеханики) за 2002–2005гг.; Международной научно-технической конференции молодых ученых и специалистов “Современные проблемы аэрокосмической науки и техники” (ЦАГИ, Жуковский, 2002); VIII Четаевской международной конференции “Аналитическая механика, устойчивость и управление движением” (Казань, 2002); Международной летней научной школе “Гидродинамика больших скоростей” (Чебоксары, 2002, 2004); Совместном российско-немецком семинаре НИИММ КГУ и IAG (Казань, 2003 г.); Второй научно-практической конференции молодых ученых и специалистов “Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности” (“ОКБ Сухого”, Москва, 2004); XVII сессии Международной школы по моделям механики сплошной среды (Казань, 2004г.); Пятой Международной школе-семинаре “Модели и методы аэродинамики” (Евпатория, 2005).

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 4 статьях и 5 тезисах; еще одна статья принята к опубликованию в Изв.РАН, МЖГ. Список основных публикаций приведен в конце автореферата.

Содержание, структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, содержащих одиннадцать параграфов, заключения, списка литературы и содержит 102 страницы, 5 таблиц, 37 рисунков. Библиографический список состоит из 58 наименований источ-

ников отечественных и зарубежных авторов.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** приведен обзор литературы по методам аэродинамического проектирования двухэлементных крыловых профилей. Кроме прямых и обратных подходов в проектировании уделено внимание методам аэродинамической оптимизации, позволяющим находить контур крылового профиля с наилучшими аэродинамическими характеристиками.

Вопрос об аэродинамическом расчете двухэлементного крылового профиля (профиля биплана) всегда привлекал внимание исследователей. Сложность теоретического проектирования таких профилей обусловлена двусвязностью области течения, а процесс решения связан с рядом специфических проблем таких, как способ параметризации исходных данных, выбор канонической области, выполнение условий разрешимости и т.д. Существуют прямые и обратные подходы к решению этой задачи.

Под прямым подходом понимают задачу нахождения аэродинамических характеристик заданного профиля (прямая задача). Такой подход применяли J.L. Kennedy, D.J. Marsden, J.G. Callaghan, T.D. Beatty, А.В. Волков, С.В. Ляпунов и другие.

Обратный подход основан на теории обратных краевых задач аэрогидродинамики (ОКЗА). Неизвестная форма крылового профиля отыскивается по заданному на его контуре распределению давления или скорости как функции дуговой абсциссы, декартовой координаты или полярного угла в канонической области, причем в зависимости от способа параметризации исходных данных методы решения ОКЗА различны.

История развития ОКЗА насчитывает более 70 лет. Первые постановки и решения таких задач были даны в 30–40 годах прошлого столетия в работах F. Weinig'a, C.Schmidena'a, A.Betz'a, W. Mangler'a, Л.А. Симона, Г.Г. Тумашева, M.J. Lighthill'a. Обратные задачи для двусвязных областей появились позднее.

В работе Р.М. Насырова на искомых профилях биплана задавалось распределение скорости в виде функции дуговой абсциссы искомого контура, области течения ставилась в соответствие внешность двух дуг единичной окружности во вспомогательной плоскости и решение сводилось к двум задачам Римана. В монографии Г.Г. Тумашева и М.Т. Нужина в качестве вспомогательной области выбирался прямоугольник, а функция Мичела-Жуковского восстанавливалась по формуле Вилля. В работе Г.Ю. Степанова решена задача построения решеток бипланов по методу

годографа скорости. В монографии А.М. Елизарова, Н.Б. Ильинского, А.В. Поташева для выполнения условий разрешимости ОКЗА применен способ квазирешения некорректных задач математической физики, а сведение к односвязной области осуществлялось заменой закрывка системой вихрей. R.M. James предложил метод решения, основанный на интегральных соотношениях для функции Мичела-Жуковского в кольце, причем на искомым профилях биплана задавалось распределение скорости в виде функции полярного угла окружности в канонической области. В работе A. Gopalarathnam'a , M.S. Selig'a описан численный метод проектирования многоэлементных крыловых профилей, использующий комбинацию прямого и обратного методов.

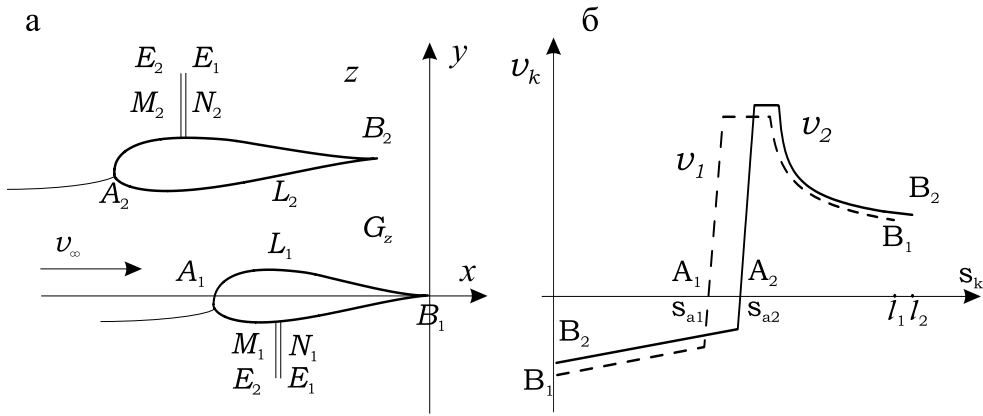
Особый интерес вызывают задачи проектирования крыловых профилей, обладающих оптимальными аэродинамическими характеристиками. В работе R.H. Libeck'a изложен метод построения высоконесущего крылового профиля; суть метода заключается в подборе распределения скорости с максимальной площадью эпюры вдоль верхней поверхности профиля. В работе A.I. Ormsbee и A.W. Chen'a этот метод был обобщен на случай двухэлементного профиля. В монографии А.М. Елизарова, Н.Б. Ильинского, А.В. Поташева показано, что полочные распределения являются экстремальными в задаче максимизации площади эпюры распределений скорости с заданными значениями формпараметра.

В **первой главе** в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости (ИНЖ) решена задача проектирования двухэлементного крылового профиля по заданным на искомым контурах профиля распределениям скорости как функций дуговой абсциссы этих контуров, зависящих от конечного числа параметров.

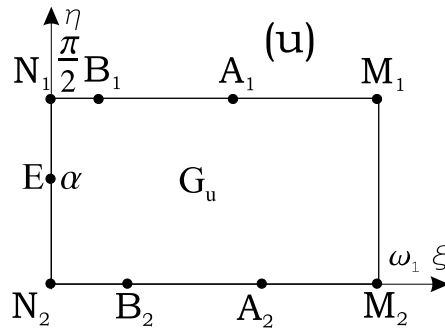
В §1 изложены математическая постановка задачи и её аналитическое решение. В качестве исходных данных задавались периметры l_k ($k = \overline{1, 2}$) контуров, распределения скоростей в виде функций дуговых абсцисс искомым контуров $v_k = v_k(s_k)$ (фиг.1,б), величина скорости v_∞ набегающего потока, расход между профилями и разность потенциалов между точками разветвления потока. Углы в задних кромках считались равными нулю. *Требовалось определить форму контуров двухэлементного профиля и его аэродинамические характеристики.*

Суть решения заключалась в нахождении конформного отображения двухсвязной области течения G_z (фиг.1,а) на прямоугольник G_u (фиг.2). Вид комплексного потенциала $w(u)$ брался из работы Л.И. Седова¹. Неиз-

¹ Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.;Л.: Гостехиздат. – 1950. – 444 с.



Фиг. 1.



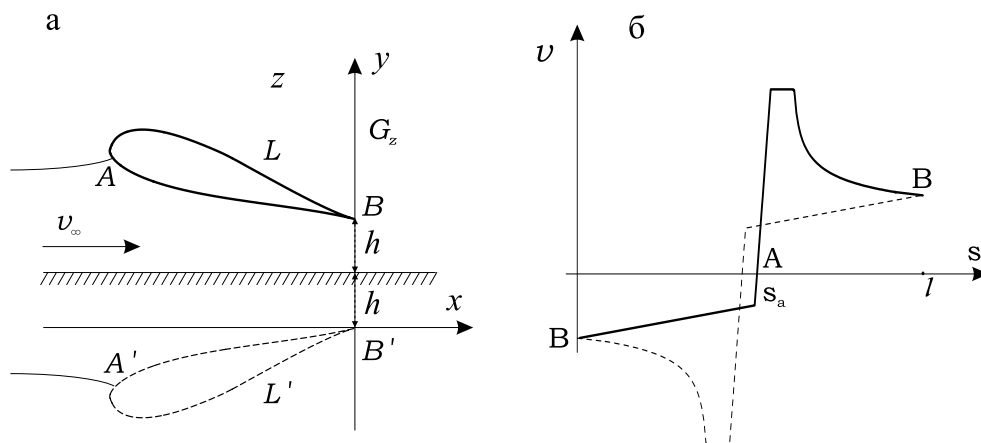
Фиг. 2.

вестная функция $z = z(u)$ отыскивалась из решения в области G_u прямой краевой задачи для вспомогательной функции Мичела-Жуковского $\chi(u) = \ln(v_\infty^{-1} dw/dz) = \ln|v/v_\infty| - i\theta$, где θ – аргумент вектора скорости. Приведены формулы для определения аэродинамических характеристик полученного профиля.

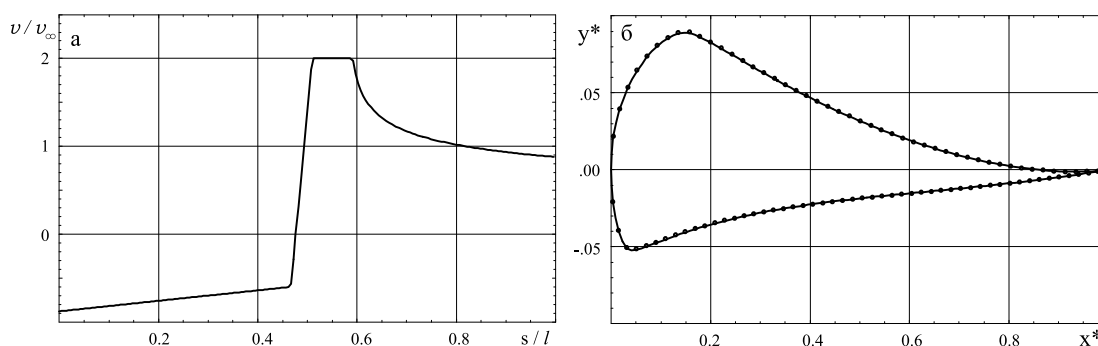
В §2 определены условия разрешимости задачи: условия замкнутости искомых контуров профиля, условие однозначности оператора Шварца и условие совпадения скорости на бесконечности со значением, определяемым в процессе решения. Для их удовлетворения исходные распределения скоростей задавались зависящими от конечного числа параметров.

В §3 рассмотрен случай построения крылового профиля экраноплана (фиг.3). Экранный эффект моделировался методом зеркального отражения профиля относительно экрана. Задача сведена к расчету обтекания двух симметрично расположенных профилей, периметры контуров которых одинаковы, а распределения скоростей удовлетворяют условию $v'(s) = -v(l - s)$.

В §4 приведены примеры расчетов профиля экраноплана и профилей



Фиг. 3.

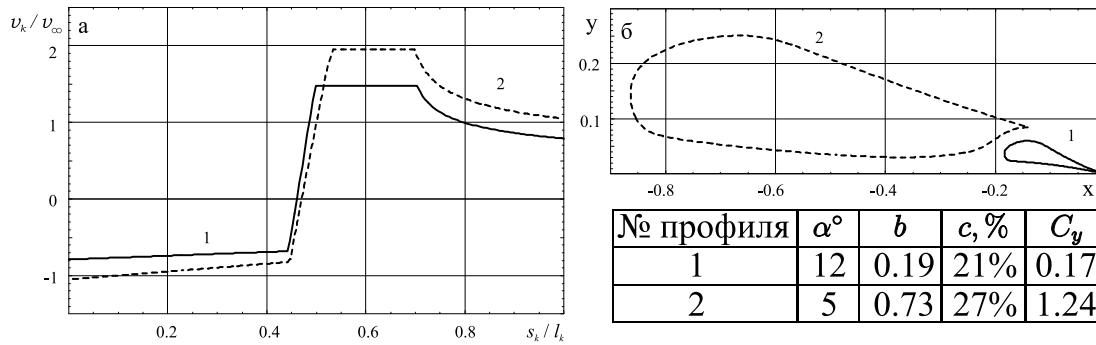


Фиг. 4.

с закрылком. Тестовый расчет профиля экраноплана для отстояния $h = 0.4$ задней кромки профиля от экрана изображен на фиг.4 (сплошная кривая). На той же фигуре (пунктирная кривая) изображен профиль, полученный ранее другим методом². Характеристики профиля таковы, что при хорде $b = 0.48$, максимальной толщине профиля $c = 13\%$ (в процентах от хорды) и угле атаки $\alpha = 9^\circ$ коэффициент подъемной силы равен $C_y = 1.15$.

На фиг.5 представлены результаты расчета профиля с закрылком. В качестве исходных задавались величина расхода $q_* = 0.03$, разность потенциалов $\varphi_* = -0.6$ между точками A_2 и A_1 , параметрические распределения скорости v_k , $k = \overline{1, 2}$ полочного типа (с участками постоянства скорости) из класса гидродинамически целесообразных распределений скорости (ГЦРС). Выполнение условий разрешимости достигалось варьиро-

²Ильинский Н.Б., Лотфуллин М.В., Маклаков Д.В., Поташев А.В. Определение формы крылового профиля, обтекаемого вблизи границы раздела сред, по заданной эюре скоростей// Изв. РАН. МЖГ.– 1992. – № 6. – С. 15-21.



Фиг. 5.

ванием свободных параметров. Расчет одного двухэлементного профиля по 400 точкам на ЭВМ типа “Pentium III” занимал от 3 до 6 минут процессорного времени, сходимость процесса решения происходила достаточно быстро, точность расчета составляла 10^{-4} . Рассчитанные в ходе решения новые распределения скорости изображены сплошной и штриховой кривыми на фиг.5,а, соответствующие им профили – на фиг.5,б.

Во **второй главе** решение задачи построения двухэлементного крылового профиля обобщено на случай учета вязкости и сжимаемости потока. Применен подход, при котором вязкость учитывалась по модели пограничного слоя (ПС), сжимаемость – по модели газа Чаплыгина.

В §5 решена задача построения двухэлементного крылового профиля при дозвуковом обтекании. Заданы число Маха M_∞ набегающего потока, периметры искомых контуров профиля биплана, параметрические распределения приведенной скорости λ_k как функции дуговой абсциссы этих контуров, расход между профилями и разность потенциалов между точками разветвления потока. *Требуется определить форму контуров двухэлементного профиля и его аэродинамические характеристики.*

В решении задачи использована аппроксимация адиабатического баротропного течения газа приближенной моделью газа Чаплыгина. Уравнения Чаплыгина

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = K(\tilde{S})^{1/2} \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{S}}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{S}} = -K(\tilde{S})^{1/2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$$

при $K(\tilde{S}) \equiv 1$ преобразуются в условия Коши-Римана аналитичности функции комплексного потенциала $w(\tilde{\chi})$, $\tilde{\chi} = \tilde{S} - i\theta$, где

$$\tilde{S} = \ln \frac{2\lambda}{1 + \sqrt{1 + 4c^2\lambda^2}}.$$

Искомые контуры определяются из соотношения

$$dz = \exp(-\tilde{\chi}(w))dw - c^2 \overline{\exp(\tilde{\chi}(w))}dw.$$

Коэффициенты сопротивления и подъемной силы имеют вид

$$C_{xk} = \oint_{L_k} c_{pk} dy, \quad C_{yk} = - \oint_{L_k} c_{pk} dx,$$

где c_{pk} – коэффициент давления для адиабатического течения

$$c_{pk} = \frac{2}{\varkappa M_\infty^2} \left[\left(\frac{1 - \lambda_k^2/h^2}{1 - \lambda_\infty^2/h^2} \right)^{\varkappa(\varkappa+1)} - 1 \right].$$

Условия разрешимости задачи, а именно, условия замкнутости искомых контуров профиля, условие однозначности оператора Шварца и условие на бесконечности, имеющее вид

$$\operatorname{Re} \tilde{\chi}(i\alpha) = \ln \left\{ 2\lambda_\infty \left[1 + \{1 + 4c^2\lambda_\infty^2\}^{1/2} \right]^{-1} \right\},$$

удовлетворялись подбором свободных параметров в исходных распределениях скорости.

В §6 изложено решение задачи построения двухэлементного крылового профиля в потоке вязкой жидкости. Способ учета вязкости потока по модели ПС позволил свести поставленную задачу к задаче нахождения контуров полутел вытеснения в потоке ИНЖ по заданным вдоль границ полутел распределениям скорости. Форму искомых профилей получим, отступив внутрь полутела на толщину вытеснения δ_k^* . Последняя найдена из расчета ПС однопараметрическим методом Кочина-Лойцянского.

Неизвестные величины коэффициентов сопротивления C_{xk} и подъемной силы C_{yk} находятся по формулам

$$C_{xk} = \oint_{L_k} c_{pk} dy + \oint_{L_k} c_{fk} dx, \quad C_{yk} = - \oint_{L_k} c_{pk} dx + \oint_{L_k} c_{fk} dy,$$

где c_{fk} – местный коэффициент трения.

Для того, чтобы искомые контуры профилей биплана были замкнутыми, полутела вытеснения должны быть разомкнуты на величину

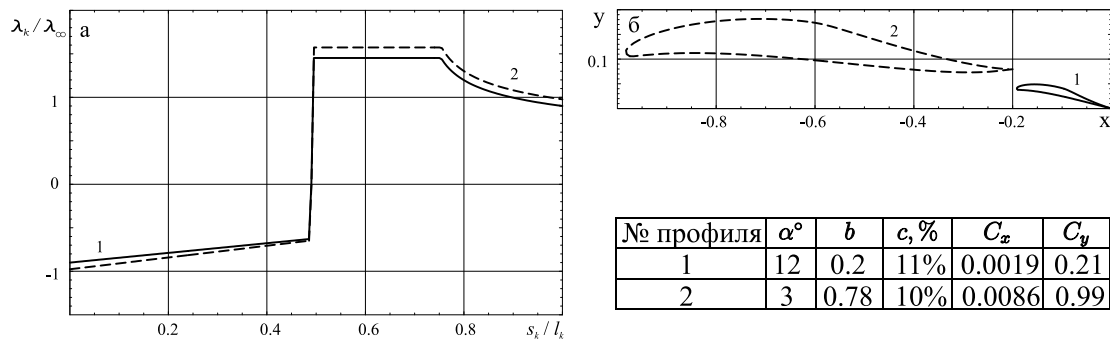
$$\Delta z_k = -i\delta_{0k}^* \exp(i\theta_{0k}),$$

где θ_{0k} – аргумент вектора скорости в задней кромке k -того профиля, $\delta_{0k}^* = \delta_k^*(0) + \delta_k^*(l_k)$, $\delta_k^*(0)$, $\delta_k^*(l_k)$ – значения толщин вытеснения в этих точках соответственно.

В §7 дано обобщение построенных решений, что позволило решить задачу для случая одновременного учета вязкости и сжимаемости потока.

В §8 приведены основные формулы для прямого расчета дозвукового турбулентного обтекания заданного крылового профиля биплана вязким газом. Описана модель турбулентности Спаларта-Аллмараса.

В §9 представлены примеры расчетов профиля с закрылком. Пример построения крылового профиля с закрылком, обтекаемого полностью турбулентным потоком с числами $Re_\infty = 1.45 \times 10^7$ и $M_\infty = 0.3$, приведен на фиг.6. Исходные распределения приведенной скорости взяты из класса

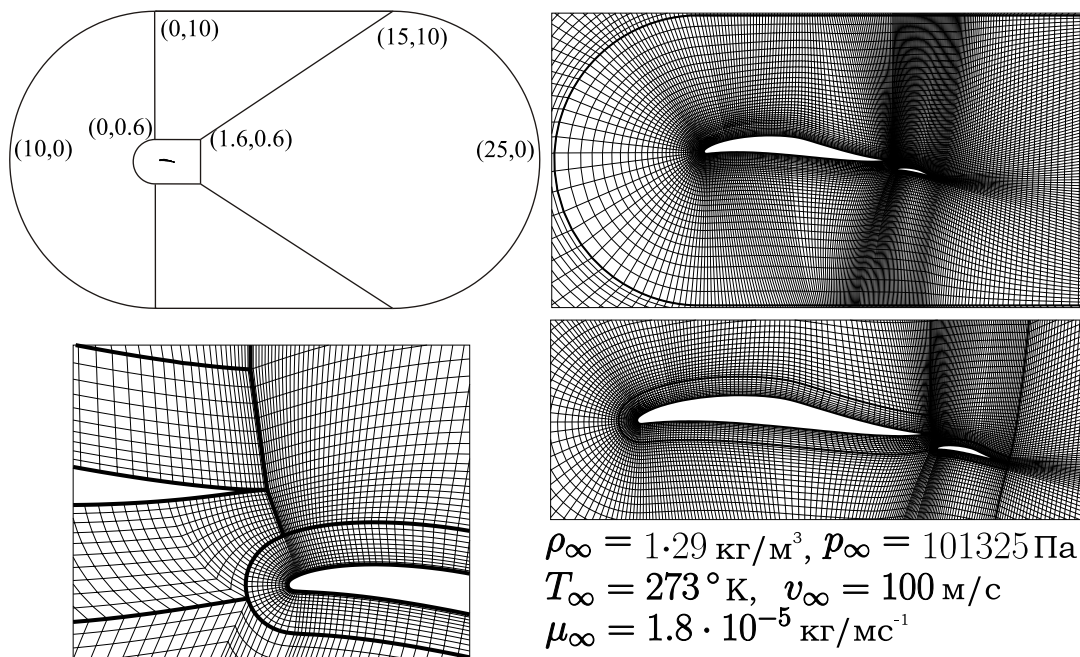


Фиг. 6.

гидродинамически целесообразных распределений, что обеспечило безотрывное обтекание профилей в рамках принятой схемы плавного обтекания. Выполнение условий разрешимости достигнуто за счет свободных параметров. Рассчитанные в ходе решения распределения скорости изображены сплошной и штриховой кривыми на фиг.6,а, соответствующие им профили – на фиг.6,б. Задаваемые и определяемые характеристики полученного двухэлементного профиля приведены в таблице, где расчет коэффициента сопротивления C_{xk} каждого из профилей осуществлен по формуле Сквайра–Юнга.

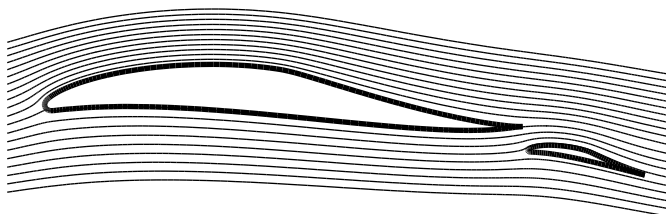
Для обоснования достоверности полученных результатов был проведен расчет обтекания найденного профиля с закрылком прямым методом. Дискретизация области течения (см. фиг.7, где размеры указаны в хордах) осуществлена структурированной мультиблочной сеткой с прямоугольными ячейками: дискретизация области на бесконечности выполнена в виде С-сетки, вложенной в О-сетку, а области, прилегающие к контурам, дискретизированы двумя С-сетками. Генерация сетки происходила

в автоматическом режиме.

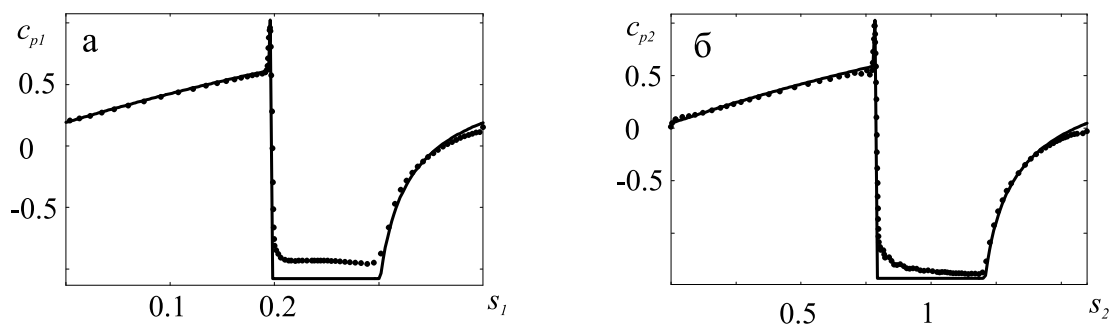


Фиг. 7.

Расчет проводился с использованием однопараметрической модели турбулентности Спаларта-Аллмараса.



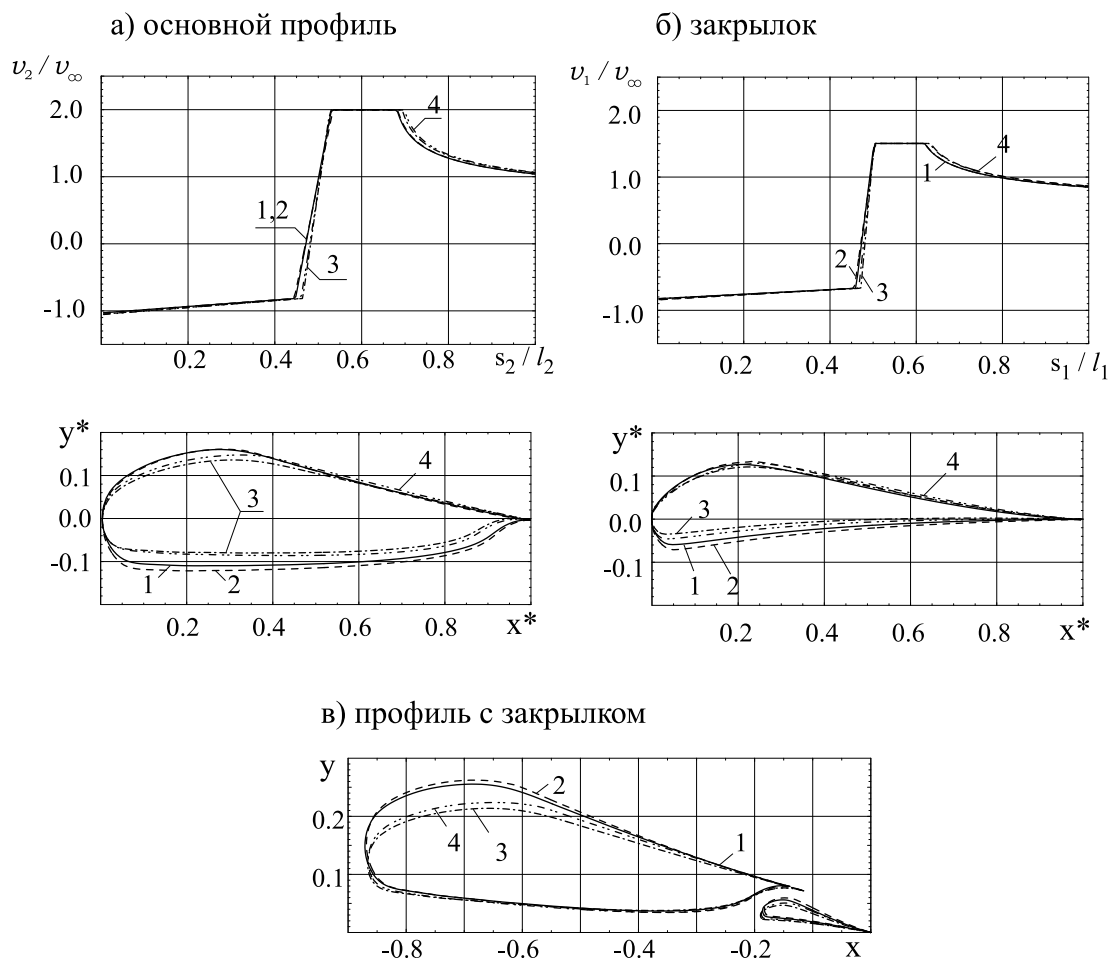
Фиг. 8.



Фиг. 9.

На фиг.8 изображены линии тока. На фиг.9 приведено сравнение графиков коэффициентов давления c_{pk} полученных в результате решения прямой и обратной задач (значения c_{pk} , найденные прямым методом, отмечены точками). Небольшое несоответствие графиков коэффициентов давления c_{p1} на полочном участке закрылка объясняется влиянием следа за основным профилем на характеристики пограничного слоя закрылка.

Примеры учета вязкости и сжимаемости при построении крылового профиля с закрылком показаны на фиг.10 и в табл.1.



Фиг. 10.

Исходные распределения скорости во всех случаях были взяты одними и теми же (фиг.10, сплошная кривая 1). Профиль с закрылком, построенный в рамках ИНЖ по этим распределениям, показан сплошной кривой 1 на фиг.10. Для сравнения на этой же фигуре представлены результаты аналогичных расчетов по модели ПС для $Re_\infty = 10^5$ (штриховая кривая 2), по модели газа Чаплыгина при $M_\infty = 0.5$ (штрихпунктирная кривая 3). Там же приведен пример учета совместного влияния сжимаемости и

вязкости на решение ОКЗА (штрихпунктирная кривая 4).

Таблица 1.

| № фиг. | № кр. | M_∞ | Re_∞ | x_0 | y_0 | α° | b | $c, \%$ | C_x | C_y |
|---------------------|----------|------------|-------------|-------|-------|----------------|-----|---------|-------|-------|
| Фиг.32,а (проф.) | 1 | 0 | ∞ | -.14 | .08 | 6 | .73 | 27 | - | 1.23 |
| | 2 | 0 | 10^5 | -.14 | .08 | 7 | .73 | 28 | .0276 | 1.25 |
| | 3 | 0.5 | ∞ | -.12 | .07 | 4 | .75 | 22 | - | 1.13 |
| | 4 | 0.5 | 10^5 | -.12 | .07 | 4 | .75 | 23 | .0290 | 1.16 |
| Фиг.32,б (закр.) | 1 | 0 | ∞ | 0 | 0 | 12 | .19 | 17 | - | .15 |
| | 2 | 0 | 10^5 | 0 | 0 | 13 | .19 | 18 | .0045 | .16 |
| | 3 | 0.5 | ∞ | 0 | 0 | 9 | .19 | 14 | - | .15 |
| | 4 | 0.5 | 10^5 | 0 | 0 | 10 | .19 | 15 | .0043 | .16 |

Из сопоставления результатов видно, что при безотрывном обтекании профили, обтекаемые ИНЖ и жидкостью с большими числами Рейнольдса ($Re_\infty = 10^5$), практически совпадают (кривые 1, 2). Геометрические (углы атаки α_k , хорды b_k) и аэродинамические (коэффициент C_y подъемной силы) характеристики профилей различаются незначительно. Поэтому в качестве приближенного решения задачи обтекания двухэлементного профиля вязкой жидкостью можно использовать модель ИНЖ, а расчет коэффициента C_x проводить по формуле Сквайра-Юнга.

Учет сжимаемости оказал более сильное влияние на форму и характеристики профилей, чем учет вязкости. В результате произошло уменьшение углов атаки и увеличение хорд профилей биплана, что привело к тому, что профили стали тоньше, а коэффициент подъемной силы снизился на 8% по сравнению с C_y для ИНЖ.

При одновременном учете вязкости и сжимаемости наблюдалась похожая картина, а именно, толщины, углы атаки и коэффициенты подъемной силы профилей биплана заметно снижались по сравнению со случаем ИНЖ.

В **третьей главе** диссертации решена задача построения двухэлементного крылового профиля, обладающего максимальным аэродинамическим качеством при обтекании дозвуковым потоком вязкого газа. Использован обратный подход, заключающийся в оптимальном выборе исходного распределения скорости.

В §10 даны постановка и решение задачи. В качестве исходных данных задавались периметры контуров, распределения приведенных скоро-

стей в виде функций дуговых абсцисс контуров полутел вытеснения, величины Маха M_∞ и Рейнольдса Re_∞ течения на бесконечности, расход между контурами полутел вытеснения и разность потенциалов между точками разветвления потока. Углы в задних кромках считались равными нулю.

Решение обратной задачи сведено к нахождению контуров полутел вытеснения, обтекаемых потоком газа Чаплыгина. Расчет ПС осуществлен однопараметрическим методом Кочина-Лойцянского.

Решение задачи оптимизации состоит в оптимальном выборе исходных распределений приведенной скорости $\lambda_k = \lambda_k(s_k, d_j)$, при которых функционал $K(d_j) = C_y(\lambda_k(s_k, d_j))/C_x(\lambda_k(s_k, d_j))$ принимает максимальное значение с учетом условий разрешимости обратной задачи и дополнительных линейных ограничений на свободные параметры:

$$A_1 d = g_1, A_2 d \leq g_2,$$

где матрицы A_1, A_2 и векторы $g_1, g_2 \in \mathbb{R}^n$ – заданы, $C_x = C_{x1} + C_{x2}$ – коэффициент сопротивления двухэлементного профиля, $C_y = C_{y1} + C_{y2}$ – коэффициент подъемной силы.

Исходные распределения приведенной скорости выбраны из класса ГЦРС, содержащими участок постоянной скорости (полку), так как полочные распределения являются экстремальными в задаче максимизации площади эпюры безотрывных распределений скорости с заданными значениями формпараметра.

При решении поставленной оптимизационной задачи применен комбинированный подход, сочетающий в себе метод штрафных функций и метод последовательного квадратичного программирования (Sequential Quadratic Programming). В качестве вспомогательного функционала выбран

$$\Phi(d_j) = \varepsilon \Delta z - C_y/C_x,$$

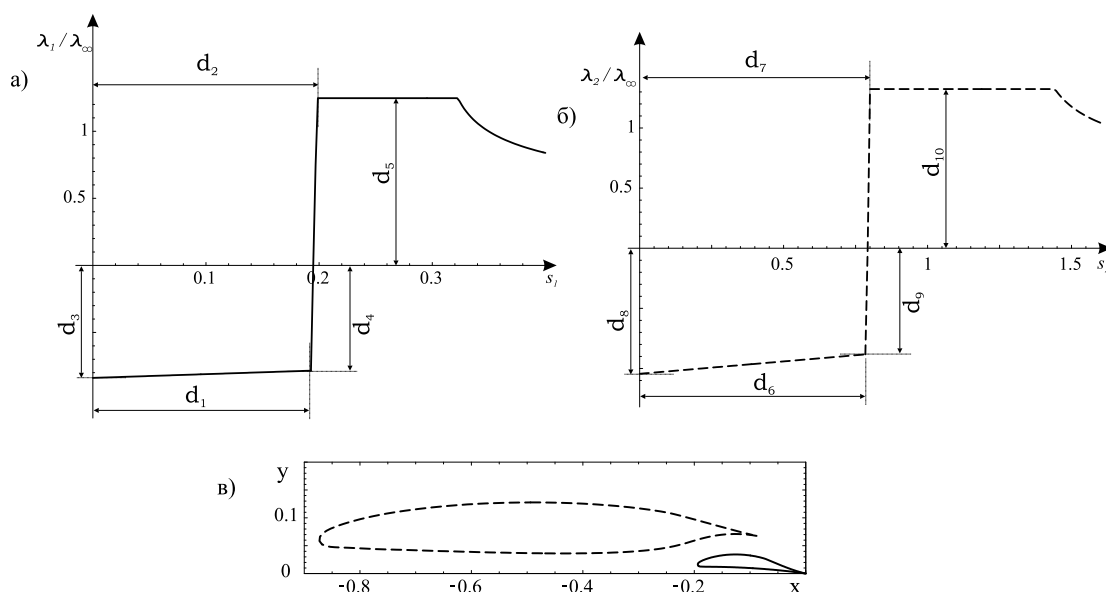
где Δz – сумма квадратов невязок условий разрешимости обратной задачи. Для заданной величины штрафа $\varepsilon > 0$ решается задача математического программирования

$$\begin{aligned} \Phi(d_j) = \varepsilon \Delta z - C_y/C_x &\rightarrow \min, \\ A_1 d = g_1, A_2 d &\leq g_2. \end{aligned}$$

Расчет задачи выполнялся многократно для различных значений штрафа ε . Величина ε подбиралась так, чтобы уменьшение значений

функционала достигалось, в соответствии с поставленной задачей, за счет увеличения аэродинамического качества $K = C_y/C_x$. Затем построенные контуры с максимальным K , которые как правило получаются разомкнутыми, замыкаются постепенным увеличением ε . При этом следует избегать резких скачков ε и как следствие – больших падений K . Сходимость описанного процесса подтверждена численно.

В §11 для чисел $Re_\infty = 1.45 \cdot 10^7$ и $M_\infty = 0.3$ приведен результат расчета профиля с закрылком, обладающего максимальным аэродинамическим качеством. В качестве исходных задавались параметрические распределения приведенной скорости полочного типа из класса ГЦРС (фиг.11,а,б). Из соображений безотрывности обтекания осуществлялся выбор длины полки и достраивалось распределение на участке торможения. Пограничный слой считался полностью турбулентным. На фиг.11,в изображен профиль биплана, соответствующий начальному приближению. Характеристики профиля указаны в табл.2 (строка 1). Свободные параметры оптимизационной задачи отмечены на фиг.11,а,б.

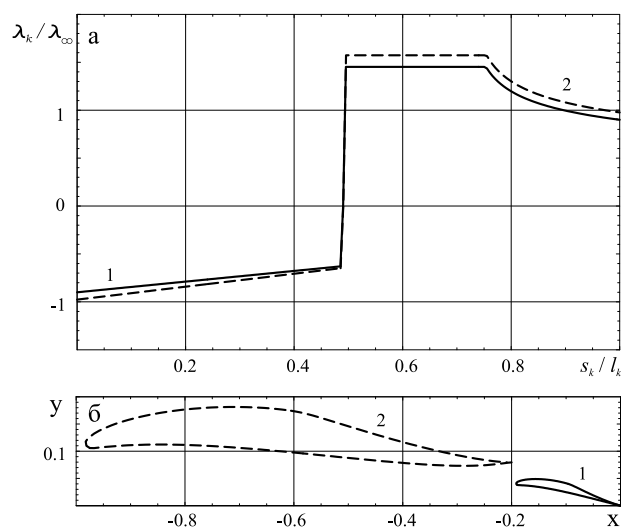


Фиг. 11.

Расчет одного двухэлементного профиля по 400 точкам на ЭВМ типа “Pentium III” занимал от 6 до 12 часов процессорного времени. Точность расчета составила 10^{-4} . Результаты расчета показаны на фиг.12. Рассчитанные в ходе решения распределения приведенной скорости изображены сплошной и штриховой кривыми на фиг.12,а, соответствующие им профили – на фиг.12,б. Задаваемые и определяемые характеристики полученного двухэлементного профиля приведены в табл.2 (строка 2).

Таблица 2.

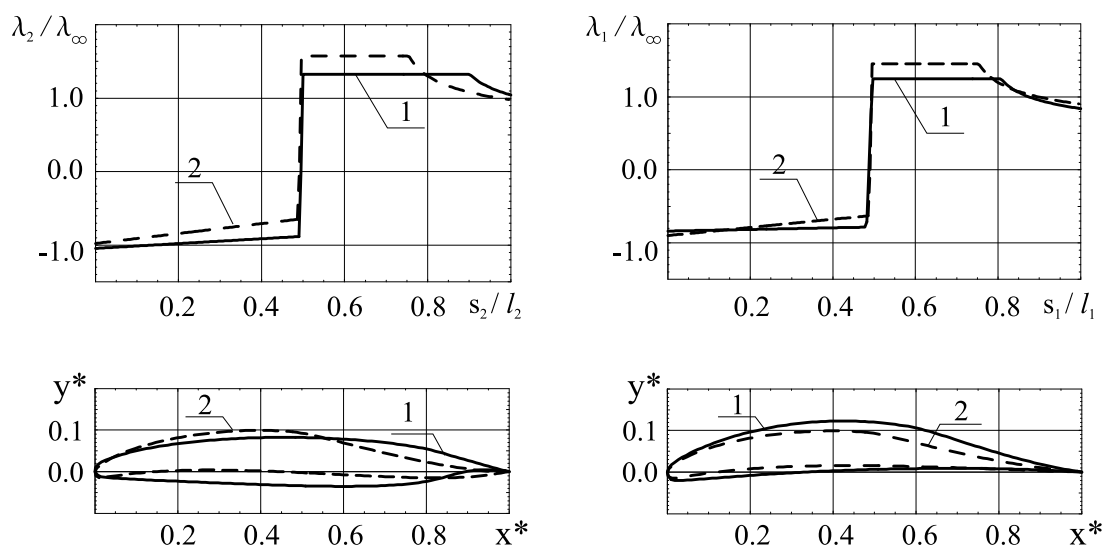
| № | b_1 | α_1 | $c_1, \%$ | C_{x1} | C_{y1} | b_2 | α_2 | $c_2, \%$ | C_{x2} | C_{y2} | C_x | C_y | K |
|---|-------|------------|-----------|----------|----------|-------|------------|-----------|----------|----------|--------|-------|-----|
| 1 | 0.19 | 5 | 13 | 0.0014 | 0.13 | 0.78 | -1 | 12 | 0.0078 | 0.59 | 0.0092 | 0.72 | 78 |
| 2 | 0.20 | 12 | 11 | 0.0019 | 0.21 | 0.78 | 3 | 10 | 0.0086 | 0.99 | 0.0105 | 1.20 | 113 |



Фиг. 12.

а) основной профиль

б) закрылок



Фиг. 13.

Для удобства начальные приближения и решение задачи оптимизации объединены на фиг.13, где исходные распределения λ_k и соответствующие

им профили изображены сплошной линией 1, а распределения λ_k и оптимальные профили, построенные в ходе решения, штриховой линией 2.

Из приведенных в табл.2 результатов следует, что в процессе оптимизации форма профилей, соответствующих исходным λ_k , меняется. Оптимальные в смысле аэродинамического качества K профили становятся тоньше. При этом увеличиваются расчетные углы атаки α_k , а рост C_y сопровождается увеличением величины C_x .

В **заключении** кратко подведены итоги выполненной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Метод решения задачи построения двухэлементного крылового профиля с использованием аппарата эллиптических функций в потоке идеальной несжимаемой жидкости по заданным на искомым контурах профиля распределениям скорости как функций дуговой абсциссы этих контуров.

2. Обобщение метода построения двухэлементного крылового профиля на случай одновременного учета вязкости по модели пограничного слоя и сжимаемости в приближении газа Чаплыгина.

3. Численно-аналитическое решение задачи оптимизации двухэлементного крылового профиля, обладающего оптимальными аэродинамическими характеристиками при обтекании дозвуковым потоком вязкого газа.

4. Алгоритмы численной реализации решений задач, результаты числовых расчетов, их анализ, выводы.

Следует отметить финансовую помощь Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№99-01-00365, 01-01-04004, 02-01-00061, 05-01-10642з), позволившую ускорить выполнение и написание диссертации.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Волков П.А. Решение обратной краевой задачи для двухэлементного крылового профиля / Абзалилов Д.Ф., Волков П.А., Ильинский Н.Б. // Сб. тр. XI всерос. науч.-техн. семин. по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара: Изд-во СГАУ. – 2003. – С. 234-237.

2. Волков П.А. Решение обратной краевой задачи аэрогидродинамики для двухэлементного крылового профиля / Абзалилов Д.Ф., Волков П.А., Ильинский Н.Б. // Изв. РАН. МЖГ. – 2004. -№ 3.– С. 16-24.

3. Волков П.А. Учет вязкости в задаче построения двухэлементного крылового профиля // Вторая научно-практическая конференция молодых ученых и специалистов «Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности»: Статьи и материалы конференции. – М: Изд-во МАИ.– 2004. – С. 29–34.

4. Волков П.А. Учет вязкости и сжимаемости потока в задаче построения двухэлементного крылового профиля // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т.27. Материалы XVII сессии Международной школы по моделям механики сплошной среды. – Казань: Издательство Казанского математического общества.– 2004. – С. 78-82.

5. Волков П.А. Решение обратной краевой задачи для двухэлементного крылового профиля / Абзалилов Д.Ф., Волков П.А. // VIII Четаевская международная конференция “Аналитическая механика, устойчивость и управление движением”: Тезисы докладов. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та. – 2002. С. 227

6. Volkov P.A. The solution of an inverse boundary value problem for a two-element airfoil / Volkov P.A., Abzalilov D.F. // Гидродинамика больших скоростей: Тезисы докладов Международной летней научной школы. – Чебоксары: 2002. – С. 187-188.

7. Волков П.А. Решение обратной краевой задачи для двухэлементного крылового профиля / Абзалилов Д.Ф., Волков П.А. // Сб. тезисов II Международной научно-технической конференций молодых ученых и специалистов "Современные проблемы аэрокосмической науки и техники". - Жуковский: ЦАГИ.– 2002. – С. 8-9.

8. Volkov P.A. The development of two-element airfoil design method in a case of compressibility and viscosity influence // Гидродинамика больших скоростей: Тезисы докладов Второй международной летней научной школы. – Чебоксары: 2004. – С. 149-150.

9. Волков П.А. Задача аэродинамической оптимизации двухэлементного крылового профиля в дозвуковом потоке вязкого газа / Волков П.А., Ильинский Н.Б. // Модели и методы аэродинамики. Материалы Пятой Международной школы-семинара. – М.:МЦНМО. – 2005. – С. 30-31.

10. Волков П.А. Построение и оптимизация двухэлементного крылового профиля в дозвуковом потоке вязкого газа / Волков П.А., Ильинский Н.Б. // Изв. РАН. МЖГ.(принята к опубликованию)

 /Волков П.А./

